

文章编号: 1004-4140 (2007) 03-0013-07

锥束 ART 算法的并行运算实现

刘春华, 潘晋孝

(中北大学数学系, 太原 030051)

摘要: 为解决 ART 算法重建时间较长这一问题, 作者采用 PC 机群的并行处理技术, 将 ART 重建算法改写为并行运算方式。并行运算结果表明: 图像重建速度与 CPU 的个数 (6 个) 基本上成线性正比关系, 且不影响图像的重建质量。从而使迭代法在线重建成为可能。

关键词: 并行运算; ART; CT; 图像重建

中图分类号: TP391. 41 **文献标识码:** B

CT (Computerized Tomography) 现已广泛应用于人体组织成像、工件无损检测等领域。其原理是, 当射线穿过一个内部结构未知的物体时, 可以测量射出后的投影, 通过对不同方向得到的多个投影进行综合, 可得到该物体截面的图像, 从而可了解该物体内部结构。

自 CT 广泛应用以来, 三维成像一直是人们研究的课题, 总体上可分两大类。一类是将多幅二维 CT 图像堆叠出样品的三维图像。另一类是研究直接从投影数据进行三维重建, 或称之为真三维重建技术。近年来三维直接重建问题是 CT 研究中比较热门的课题。而锥束 CT 更是其中的一个亮点, 是当前三维直接重建技术的基础。

锥束 CT 出现于上世纪 80 年代, 是传统二维扇束扫描 CT 的继承和发展。它采用锥形束扫描, 获得各视角下的二维投影数据, 重建后直接得到三维图像。其机理如图 1 和图 2 所示。图 1 中射线源和平板探测器均不动, 被检测物体作旋转运动。图 2 中射线源和平板探测器一起旋转, 且保持相对位置不变, 被检测物体作不动。

传统的图像重建方法主要分为解析法和迭代法。解析法的优点是速度快, 但当测量噪声较大或采样不充分时, 这类算法的成像效果不甚理想。迭代法最大的优点之一是可以在数据不完全或含噪声较大的情况下较好的成像, 但是迭代法收敛速度慢, 运算时间长。因而, 如何加快迭代算法的迭代速度自然成为当前图像重建领域的一个热点课题。国内外已有人尝试用多 CPU 并行技术解决解析法的重建问题, 并取得一些研究成果^[1-3]。但对于三维锥束 ART 重建方面, 目前涉及并行运算的报道很少。

本文针对迭代法的典型代表 ART 算法进行了并行运算研究。仿真实验结果表明, 引入并行运算后, ART 的运算时间大大缩短, 且不影响图像的重建精度。

收稿日期: 2007-09-05。

基金项目: 国家自然科学基金 (X 射线三维 CT 成像理论及应用基础研究, 项目编号: 60532080)。

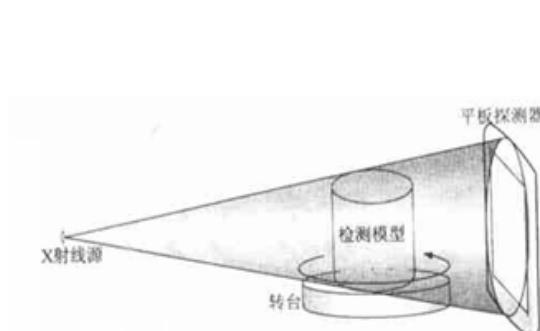


图1 立式平板探测器 CT 系统的几何结构

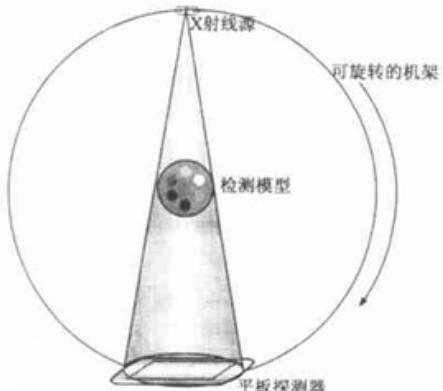


图2 机架式平板探测器 CT 系统的几何结构

1 投影数据的生成

本文实验中采用的仿真模型为三维的 shepp-logan 模型^[4-5]，采用的数据采集方式为图 2 所示的采集方式。因而，投影数据可由下式计算得到：

$$p(n, m, k) = \sum_{j=1}^J l(n, m, k, j) f(j) \quad (1)$$

其中 $n = 1, 2, \dots, N$ 为投影角度标记； $m = 1, 2, \dots, M$ 为探测器阵列的行指标； $k = 1, 2, \dots, K$ 为探测器阵列的列指标； $p(n, m, k)$ 代表第 n 锥束中探测器阵列上第 m 行第 k 列的探测器接收到的投影测量值。 $j = 1, 2, \dots, J$ 为椭球指标； $l(n, m, k, j)$ 代表由指标为 (n, m, k) 的探测器和射线源所确定的射线在第 j 个椭球中经过的距离。 $f(j)$ 代表第 j 个椭球内部的体素值（单个椭球内部是均匀的）。

实验中取锥角为 21.3° ，其他参数为 $N = 360$, $M = 188$, $K = 188$, $J = 10$ 。所用仿真模型二维切片和算出相应的实验投影数据见图 3 和图 4。

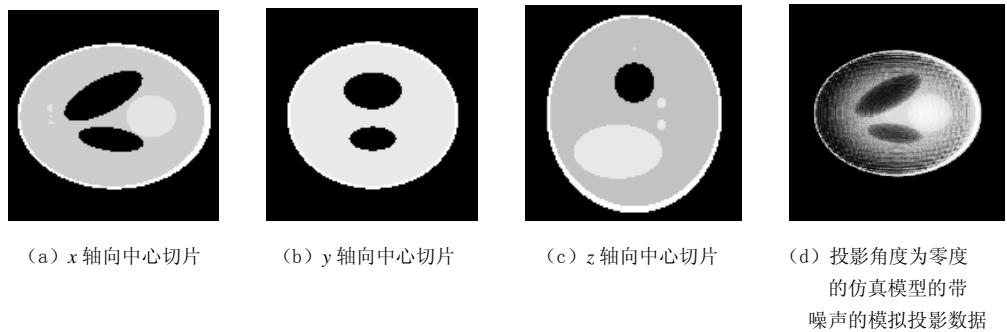


图3 仿真模型的二维切片及其投影图

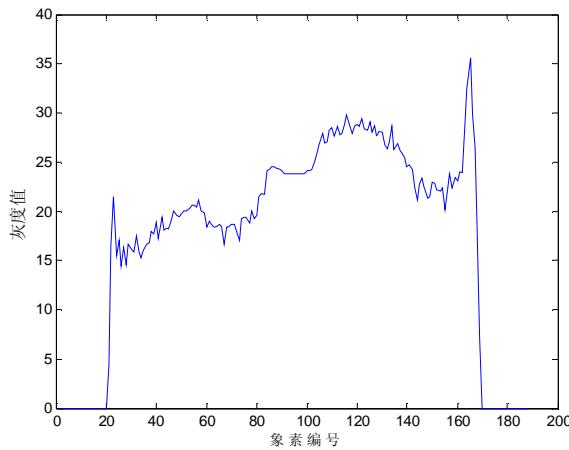


图 4 与图 3 (d) 中的投影相对应的中心剖面线灰度图

2 ART 并行算法的分析

在三维重建算法中, ART 算法凭借其所需投影数少、可在数据不完全条件下成像等优点越来越引起人们的重视。ART 算法属于迭代算法, 而迭代法进行图像重建的实质就是解特大型线性方程组 $AX = b$ 。

目前, 常用的 ART 算法的迭代公式^[6-7]如下:

$$X^{(n+1)} = X^{(n)} + \lambda^{(n)} \frac{b_i - \langle A_i, X^{(n)} \rangle}{\langle A_i, A_i \rangle} A_i \quad (2)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, I$, $I = N \cdot M \cdot K$ 为射线指标, n 为迭代指标, A 代表投影矩阵, A_i 代表投影矩阵第 i 行, b 代表投影数据向量, X 代表重建后的图像向量 ($n = 0$ 时取常数初值), λ 代表松弛因子, 其值域为 $(0, 2)$ 。

上述公式 (2) 即为串行程序设计情况下的 ART 公式, 下面我们给出本实验所使用的并行化流程。

改写公式 (2) 为下面的形式:

$$X^{(n+1)} = X^{(n)} + C^{(n)} \quad (3)$$

其中, C 为修正系数向量, n 为迭代指标。且 $C^{(n)} = \lambda^{(n)} \frac{b_i - \langle A_i, X^{(n)} \rangle}{\langle A_i, A_i \rangle} A_i$ 。

这样算法并行计算的过程实质上就转化为修正系数的并行计算过程。进行一次迭代的并行计算过程如下:

(1) 按照 CPU 的数量分配进程的数量, 即每一个 CPU 上只运行一个进程。由于 ART 算法是“逐线修正”的, 因此, 所有的进程只能同时计算同一条射线的修正值, 计算完一条后再并行计算下一条。对于每一条射线, 主进程先读出该射线上不为零的投影矩阵的元

素个数，然后计算出其他进程各自所需要计算的元素的区间，我们称这个区间为重建区域。因为每条射线经过的非零体素号不同，所以对每一条射线，主进程都要动态的计算各进程自己的重建区域，从而避免某个或某些进程过于“清闲”（非零元素较少）。计算第一条射线的修正值时候，迭代的初始值为 0，以后每条射线均以经过上一条射线修正过的体素值为初始值进行计算。

(2) 各进程对自己所承担的计算区间内的修正系数进行清零，并重新计算该区间内的修正系数。这里的计算区间就是(1)中的重建区域（体素号范围）。

(3) 各从进程完成了自己所承担的任务后会向主进程发送一条消息，在所有的进程（包括主进程）都完成自己的任务后，主进程与各从进程之间进行归约操作，从而对图像向量进行更新。

(4) 重复上述过程 1~3，直到迭代次数达到 5 次时，程序退出。

其中，第一，二步是该算法并行计算的关键，它们决定了能否充分利用各个计算节点的资源。

3 实验条件及结果

硬件环境描述：采用我们自行搭建的 PC 机群。该机群由 3 个双 CPU 的节点组成。节点的 CPU 采用的是 Intel 公司生产的至强 CPU，并配备 1 024 MB 的 DDR2 内存。节点机之间的通信采用千兆以太网进行连接。系统运行 RedHat AS4 操作系统，使用的并行编程环境为 MPICH。

本实验中，我们采用的其他相关参数为：松弛因子固定为 1，迭代次数为 5，投影矩阵采用的算法是计算射线和物体体素相交的长度，投影数据的噪声为服从均匀分布的随机噪声，期望为 0.5，方差为 0.0833。仿真的原物体和投影的相关参数见图 3 和图 4。我们得到计算时间和参与计算的 CPU 的个数之间的关系（表 1），同时，我们还做出加速因子（单个 CPU 的计算时间和当前计算时间的比值）与 CPU 个数之间关系的曲线（图 5）。

并行运算结果表明：在 6 个 CPU 下，图像重建速度与 CPU 的个数基本上成线性正比关系，在本例中相对于单个 CPU

表 1 不同 CPU 个数时，ART 算法

重建的并行计算时间

CPU 数	时间/s
1	1 983
2	1 049
3	674
4	503
5	401
6	335

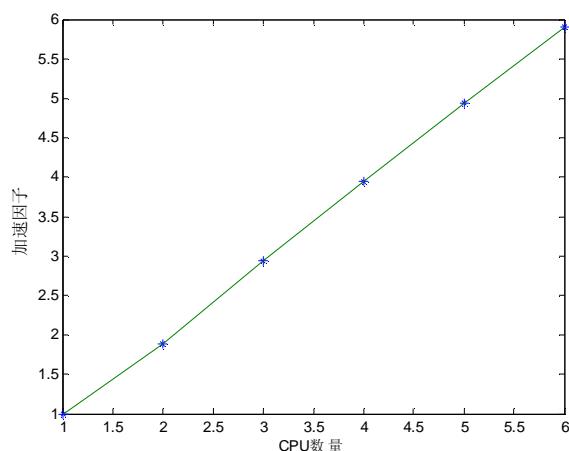


图 5 不同 CPU 个数重建时相对于单个 CPU 的加速因子曲线

可提高近 6 倍。而且, 相比于单个 CPU 的重建结果, 在迭代次数和松弛因子均相同的情况下, 并行计算重建的结果的精度是一样的, 相关数据分析如图 6 所示。

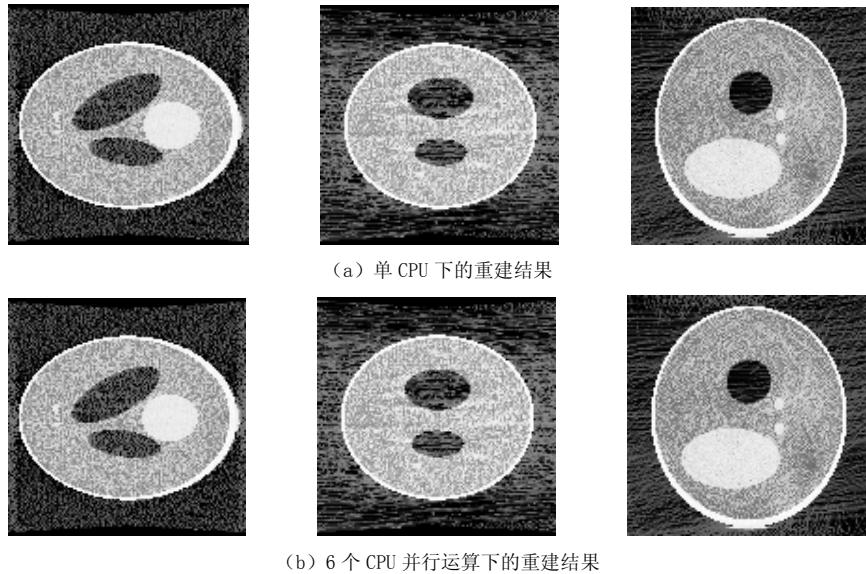


图 6 重建结果

4 数据分析

现在, 我们对单 CPU 和 6 个 CPU 下的重建结果进行数据分析。我们抽取重建物体和原物体的中心线, 计算这两条中心线体素值的差, 并作图 7 (横坐标为体素标号, 从 0 到 127; 纵坐标为误差的绝对值)。

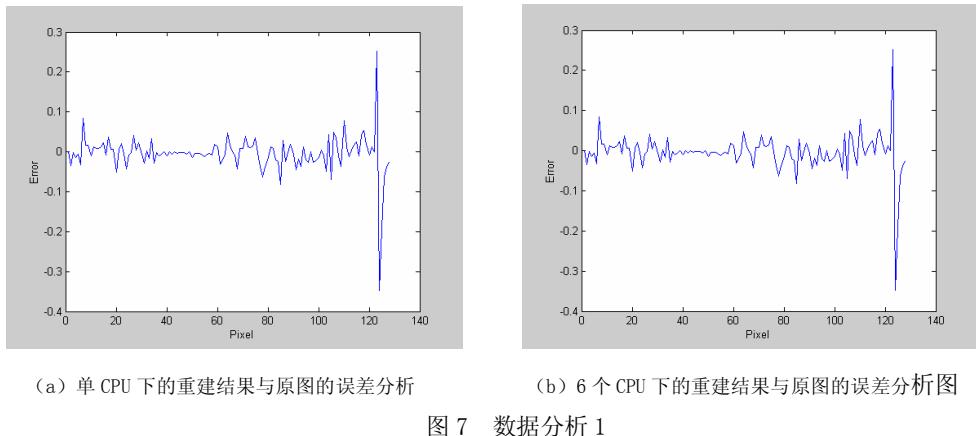
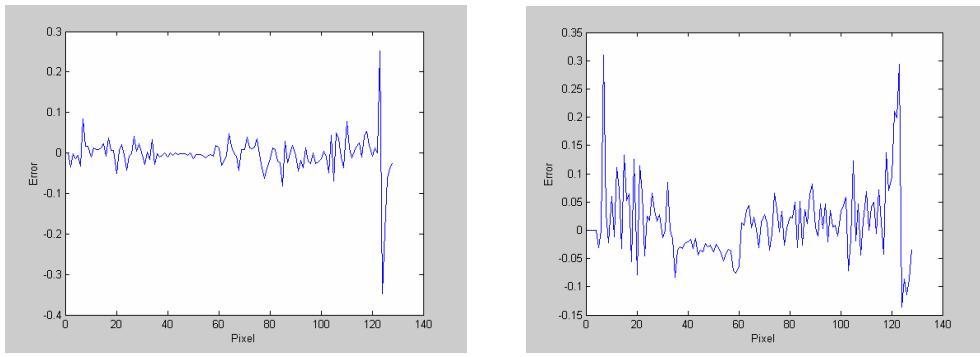


图 7 数据分析 1

由图 7 可知, 6 个 CPU 的重建结果与原物体的误差和单 CPU 的是一样的。这说明了 6 个 CPU 的并行计算在提高计算速度的同时, 还维持了重建图像的质量。

另外, 本实验的投影矩阵的算法是计算射线和物体体素相交的长度, 该方法和近似的投影矩阵的计算方法(射线经过的体素, 相交长度为 1; 射线未经过的体素, 相交长度为 0, 本文中我们简记依照这种算法进行重建的 ART 算法为 ART01)相比有较大的进步。对此,

我们也根据这两种不同投影矩阵的算法，进行了重建实验，并将实验结果依照图 6 的方法作图 7（横坐标为体素标号，从 0 到 127；纵坐标为误差的绝对值）。



(a) 6 个 CPU 下的重建结果与原图的误差分析

(b) ART01 算法的重建结果与原图的误差分析

图 8 数据分析 2

由图 8 可知，ART01 算法的重建结果的误差波动较大，而本文所使用的算法的重建结果除了边界点的误差较大外，其余体素点的误差的波动较为平缓。由此可见，本文所使用的算法的重建精度较经典的 ART01 算法有较大的提高。

此外，我们还计算了重建后的切片与原物体的无噪声切片的归一化均方距离^[8]，归一化绝对距离^[8]，并列表 2 如下。

表 2 重建结果与原图的误差分析

	单 CPU		6 个 CPU		ART01	
	归一化 均方距离	归一化 绝对距离	归一化 均方距离	归一化 绝对距离	归一化 均方距离	归一化 绝对距离
切片 1	0.105 329	0.103 020	0.105 329	0.103 020	0.304 321	0.264 021
切片 2	0.106 716	0.132 468	0.106 716	0.132 468	0.337 526	0.375 243
切片 3	0.138 948	0.132 077	0.138 948	0.132 077	0.338 322	0.334 031

表 2 中的两种距离（归一化均方距离和归一化绝对距离）是衡量图像重建质量的常用标准。表中的计算结果同样说明了 6 个 CPU 的并行计算在提高计算速度的同时，还维持了重建图像的质量。该表同时还说明了本文所使用的投影矩阵的算法的重建精度较传统的 ART01 算法要高。

5 结论

上述的实验结果表明：常用的 ART 算法可改写为并行计算方式并有多 CPU 阵列高速实现，且并行计算在提高重建的速度的同时并没有影响图像的重建质量。从重建时间来看，其加速比近似等于所使用 CPU 数。由此可见，图像重建领域中常用的 ART 算法在引入了并行运算方式并由多 CPU 阵列高速实现后，获得较好的加速效果。这对于实时性要求比较高的检测场合是有一定的应用前景的。

当前，并行计算的硬件代价还是很大的，但根据计算机的发展史来看，硬件代价的下

降是必然的趋势。因此,我们可以肯定:随着计算机技术的不断发展,多CPU并行运算所需花费的硬件开销也将不断减少。而并行计算技术在时间方面的优势较之硬件开销将更加突出。因而并行技术将是三维CT在线重建尤其是迭代算法在线重建领域一项非常有价值的技术,有着一定的潜在应用前景。

参考文献

- [1] Johnson CA, sofer A. A Data-Parallel Algorithm for Tomographic Image Reconstruction[C]. In: Proceeding of the 7th Symposium on the Frontiers of Massively Parallel Computation, IEEE Computer Society Press, 1999: 126.
- [2] Shattuck D W, Rapela J. Internet2-based 3D PET Image Reconstruction Using a PC Cluster[J]. Phys Med Biol, 2002, 47: 2785.
- [3] 毛希平. 图像重建技术在并行处理系统中的应用[J]. 小型微型计算机系统, 2002, 21(3): 289.
- [4] 曾凯. 锥形束三维CT的重建算法研究[D]. 北京: 清华大学工程物理系, 2004.
- [5] 孙怡, 侯颖, 胡家生等. 体积CT投影数据的模拟方法[J]. CT理论与应用研究, 2005, 14(1): 1-6.
- [6] Gordon R, Bender R, Herman G. T. Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photograph[J]. J Theorel Biol, 1970, 29: 471-481.
- [7] Jiang Ming, Wang Ge. Convergence studies on iterative algorithms for image reconstruction [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2003, 22(5): 569-579.
- [8] 庄天戈. CT原理与算法[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1992.

The Study of Cone-Beam ART Algorithm Using Parallel Computing

LIU Chun-Hua, PAN Jin-Xiao

(Department of Mathematics, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: In order to solve the problem that the computing time of ART is too long, we rewrite the algorithm into parallel format and run it on the PC cluster. By parallel computing, the speedup factor is roughly equal to the number of CPUs and the precision of reconstruction is the same. This technique is very suitable for real-time reconstruction with iterative methods.

Keywords: parallel computing; ART; CT; image reconstruction

作者简介: 刘春华 (1983—), 男, 江苏大丰人, 中北大学数学系硕士研究生, 主要研究方向: 图像重建, Tel: 13453431276, E-mail: lch3920126@163.com; 潘晋孝 (1966—), 男, 山西运城人, 博士, 教授, 山西省工业与应用数学学会理事, 山西省数学会生物数学专业委员会副主任, 主要研究方向: 信息处理理论、工程中的数学问题。