

刘华, 陈平, 潘晋孝. 任意扫描轨迹的 CT 成像方法研究 [J]. CT 理论与应用研究, 2014, 23(5): 743-750.  
Liu H, Chen P, Pan JX. Research on CT imaging method along a general scanning trajectory [J]. CT Theory and Applications, 2014, 23(5): 743-750.

## 任意扫描轨迹的 CT 成像方法研究

刘华<sup>1</sup>, 陈平<sup>1,2</sup>, 潘晋孝<sup>1</sup>

1. 中北大学信息探测与处理山西省重点实验室, 太原 030051  
2. 中国科学院自动化研究所中国科学院分子影像重点实验, 北京 100190

**摘要:** 在工业 CT 成像应用中, 由于复杂结构件形状、结构、组分等特征的限制, 使得射线能量与有效厚度不匹配, 常规的扫描方式易使投影数据缺失, 投影数据完备性较差。为此, 本文通过改变轨迹来弥补投影数据缺失, 推导任意轨迹的成像模式。首先, 在任意轨迹的基础上进行投影几何关系建模, 结合空间几何知识完成投影矩阵的刻画; 其次, 基于迭代重建算法对轨迹的无约束化, 进行任意轨迹成像模式下的迭代重建; 最后通过小锥角、大锥角以及厚度差异比较大的构件成像仿真实验, 验证算法的正确性和可行性。对于厚度差异比较大的工件, 该方法相对于传统的圆轨迹扫描, 投影数据更完备, CT 重建质量高。

**关键词:** 任意扫描轨迹; 迭代重建; 投影矩阵

文章编号: 1004-4140 (2014) 05-0743-08 中图分类号: TG 115.28 文献标志码: A

X 射线 CT 成像方法是目前工业界广泛使用的一种无损检测技术。该技术利用 X 射线具有一定能量和穿透能力的特性, 采集不同角度下被检测物体的投影数据, 最终重建出物体内部特征以达到检测的目的。目前, 该技术广泛应用于航空、机械等多个领域。在工业 CT 检测中, 结构件的精确重建是工业 CT 产品质量检测的基础。图像精确重建的基础是投影数据的完备性, 但由于检测件有效厚度分布不均匀等特征, 射线能量与检测物体的厚度不匹配, 使得某一方向上对 X 射线衰减明显, 甚至难以被 X 射线穿透。为此在进行图像重建之前, 我们应该结合物体的结构信息, 采用合理的 X 射线能量, 改变扫描轨迹以保证投影信息的完备性。

近年来, 随着 C-arm CT 扫描系统的推出, 给实际的扫描轨迹提供了很大的灵活性, 诞生了其他多种实用的扫描轨迹, 并且有了各自的重建算法。比如 Yu 等<sup>[1]</sup>和 Ye 等<sup>[2]</sup>提出的不规则马鞍线扫描轨迹, 吕杨等<sup>[3]</sup>提出的螺旋马鞍线扫描轨迹; Katsevich<sup>[4]</sup>提出的圆加直线的扫描轨迹; Zamyatin 等<sup>[5]</sup>提出的垂直双圆的扫描轨迹。这些新的扫描轨迹能够有效地减少射线正常组织接受的射线辐射剂量, 提高扫描效率。

上述非规则扫描轨迹对本文具有借鉴意义, 但不具有适用性, 因为工业结构件形状、结构复杂无轨迹可循, 为了满足结构件的任意性, 同时因迭代算法对轨迹具有无约束性,

---

收稿日期: 2014-04-30。

基金项目: 国家自然基金 (61171179; 61227003; 61301259); 山西省自然科学基金 (2012021011-2); 高等学校博士学科点专项科研基金 (20121420110006); 山西省回国留学人员科研资助项目 (2013-083); 山西省高等学校优秀创新团队支持计划。

故从空间几何角度出发, 建立投影几何模型, 推导任意轨迹成像模式下投影矩阵刻画方法, 并结合相应迭代算法进行重建。

## 1 任意轨迹投影矩阵模型

迭代重建算法中, 成像过程被离散化为线性方程组求解的问题, 即每条射线确定一个线性方程:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{P} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{X}$  为由被检测物体线性衰减系数组成的列向量,  $\mathbf{P}$  为投影数据组成的列向量,  $\mathbf{A}$  为系数矩阵, 主要由射线源、被检测物和探测器三者之间的几何关系决定, 不同的扫描轨迹具有不同的系数矩阵, 而系数矩阵本身反映的是 X 射线沿投射路径的衰减程度, 即射线穿过每个像素的距离。

基于以上分析, 本文采用离散模拟方法推导任意轨迹投影矩阵的刻画。如图 1 所示,  $S$  为射线源,  $L_k$  是射线与像素小方格的交点,  $L_0$  为射线进入重建区域相交的第一个点,  $L_n$  为出重建区域相交的第一个点。

确定源在图像平面坐标系上的位置  $s(x_0, y_0, z_0)$ , 从  $(x_0, y_0, z_0)$  出发, 由空间几何关系, 可以推出射线源  $\rho(x_0, y_0, z_0)$  在探测器上的投影坐标  $s'(x'_0, y'_0, z'_0)$ , 由这两点可以确定每一条射线的方程。

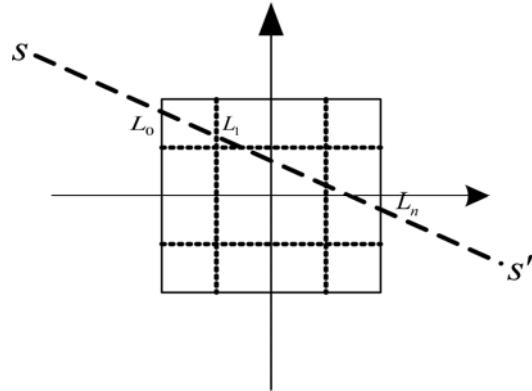


图 1 离散投影图

Fig. 1 Discrete projection

$$\frac{x - x_0}{x'_0 - x_0} = \frac{y - y_0}{y'_0 - y_0} = \frac{z - z_0}{z'_0 - z_0} = t \quad (2)$$

对于扫描轨迹为  $(R\cos(s), R\sin(s), h(s))$  的一大类方程, 射线方程可以表示为:

$$\frac{x - R\cos(s)}{-d_1 \sin(s) - D\cos(s)} = \frac{y - R\sin(s)}{d_1 \cos(s) - D\sin(s)} = \frac{z - h(s)}{d_2 - 2h(s)} = t \quad (3)$$

其中  $D$  为射线源到探测器的距离,  $d_1$  为探测器上任意一点到中心探测器的距离,  $d_2$  是投影在探测器  $z$  轴方向的位置。

以上述射线方程为基础, 计算该射线方程投射到  $xoy$ ,  $xoz$  和  $yoz$  三个平面的方程, 再结合上图和文献[6]~[7]的方法, 从  $(x_0, y_0, z_0)$  出发, 以图像外围边界作为边界条件, 当步进点满足条件时 ( $L_0$  位置), 读取该点所在图像区域的像素值, 并进行标记, 继续步进。当步进点的位置 ( $L_n$  位置) 不再满足边界条件时, 停止步进。继续下一条射线的投影值计算, 就可以确定每条射线穿过每个小立方体的距离, 即得到我们需求的投影矩阵。

这种方法只需要源的绝对位置和射线源在探测器上的相对位置两个参数, 计算单个射线的直线方程, 便可以获得投影矩阵  $\mathbf{A}$ 。

## 2 ART 迭代重建算法

ART 方法是基于交替投影法对  $\mathbf{AX} = \mathbf{P}$  方程进行求解。基本思想是先给定一个初始图像  $F^{(0)}$ , 然后计算  $F^{(0)}$  的投影数据, 并用该投影数据与实际投影数据的差来对图像进行校正得到一次近似图像  $F^{(1)}$ 。按照同样的方法再由  $F^{(1)}$  求得二次近似图像  $F^{(2)}$ , 如此继续, 直到满足预定条件为止, 其基本公式如下:

$$x_j^{(k+1)} = x_j^{(k)} + \lambda \left( \frac{p_i - \sum_{n=1}^N a_{in} x_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N a_{in}^2} a_{ij} \right) \quad (4)$$

其中,  $k$  为迭代次数,  $a_{ij}$  为投影矩阵系数,  $p_i$  代表投影数据向量,  $x_j$  代表重建后的图像的第  $j$  个像素值,  $\lambda$  代表松弛因子, 其值域为  $(0, 2)$ 。取初始迭代  $F^{(0)}$ 、 $\lambda$ , 将得到的投影矩阵代入上述公式进行迭代重建, 迭代  $n$  次后就可以得到最后的图像重建值。

由公式 (4) 可以看出, ART 在迭代过程中反复用到的是加权因子  $a_{ij}$ , 即投影矩阵的系数 (射线穿过像素的距离)。而扫描轨迹的变换, 只影响加权因子的大小, 与迭代算法本身没有关系, 基于迭代算法对轨迹的无约束性, 同时避免数据不完备对于传统解析算法的限制, 本文将 ART 重建算法应用到任意轨迹的成像模式, 对投影进行重建。

## 3 实验结果与分析

为验证算法的有效性, 本文以 3D S-L 和板状物体为模型, 并以倾斜圆扫描方式 (图 2) 为例, 计算倾斜圆轨迹下的投影矩阵, 用 ART 进行重建, 与常规的圆轨迹扫描模式进行分析对比。

模拟图像分辨率为  $128 \times 128 \times 128$ , 重建图像分辨率为  $128 \times 128 \times 128$ , 投影角度为  $360^\circ$ , 间隔为  $1^\circ$ , 每个投影角度下有  $256 \times 256$  探测器。

圆轨迹方程:	$\begin{cases} x = R \cos(s) \\ y = R \sin(s) \\ z = 0 \end{cases}$
倾斜圆方程:	$\begin{cases} x = R \cos(s) \\ y = R \sin(s) \\ z = h \cos(s) \end{cases}$

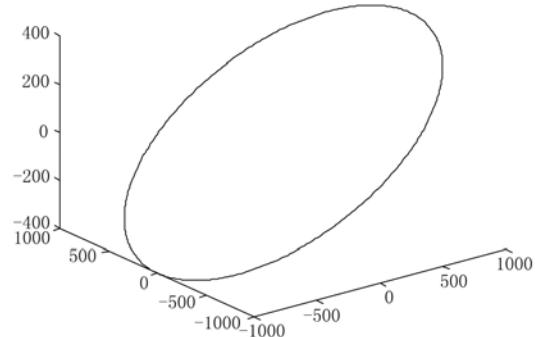


图 2 倾斜圆扫描方式

Fig. 2 Inclined circle scanning

其中  $R$  为射线源到物体中心的距离,  $s$  为旋转角度,  $D$  为射线源到探测器的距离,  $h$  为倾斜圆扫描模式在  $z$  轴方向的分布值。

### 3.1 小锥角扫描模式

扫描模式为小锥角时, 以锥角  $7^\circ$  为例, 其中  $R$  为 1000,  $D$  为 2000,  $h$  为 400。圆轨迹和倾斜圆轨迹扫描下, 图像重建后各个轴中心切片如图 3 所示: 从图 3 (a) 和图 3 (b) 中可以看出两种轨迹均能较好地重建图像, 且从灰度分布图可以看出, 在小锥角扫描模式下, 圆轨迹和倾斜圆轨迹都能很好地重建出原图像。在五次迭代之后, 平均误差都逼近于 0

(表 1), 算法的精度很高, 验证了算法的正确性和可行性。

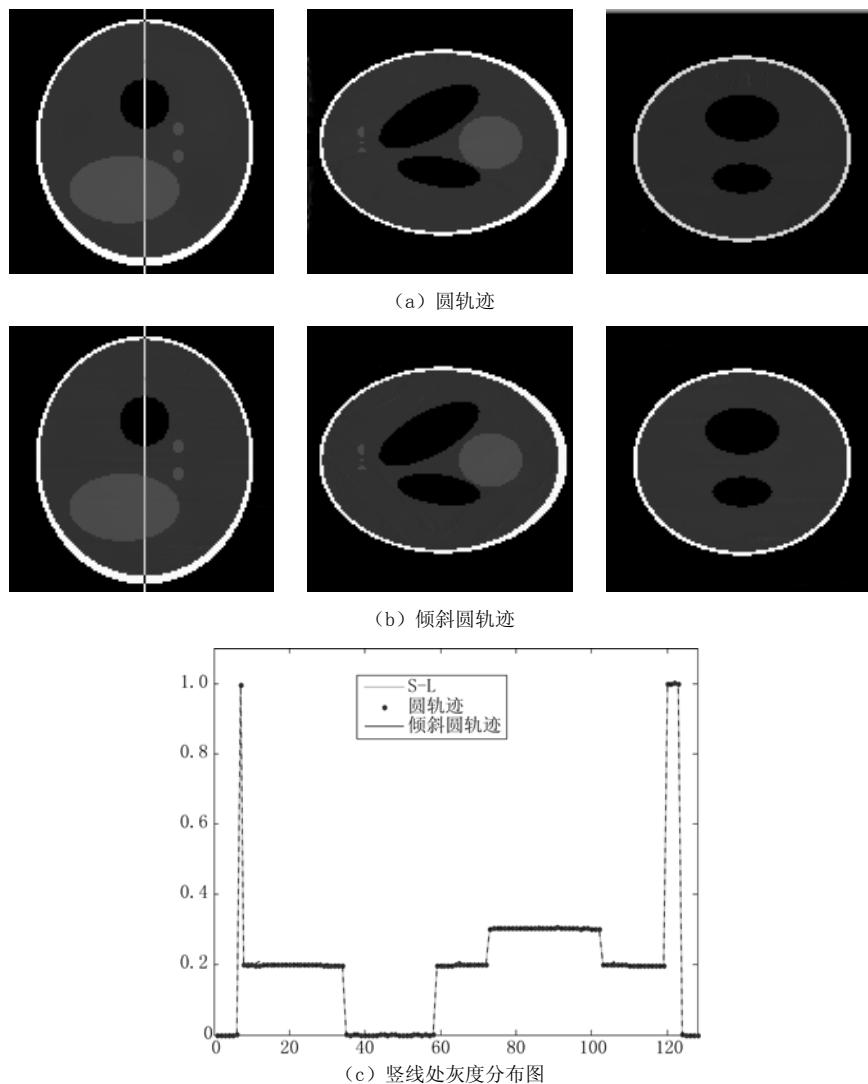


图 3 小锥角重建图

Fig. 3 Image reconstruction in small cone-beam angle

小锥角扫描模式下, 常规的轨迹和改进的轨迹均能较好地重建出图像, 但是从各项参数 (表 1) 可以看出, 改进轨迹有利于提升图像的整体质量, 使得物体更加精确重建。

表 1 评价参数  
Table 1 Evaluation parameters

评价参数	圆	倾斜圆
归一化距离	0.032 711	0.015 485
平均误差	0.000 039	0.000 009
相关系数	0.999 191	0.999 413

### 3.2 大锥角扫描模式

扫描模式为大锥角时, 以  $36^\circ$  为例, 其中  $R$  为 192,  $D$  为 384,  $h$  为 64。圆轨迹和倾斜圆轨迹扫描下图像重建后各个轴中心切片如图 4 所示:

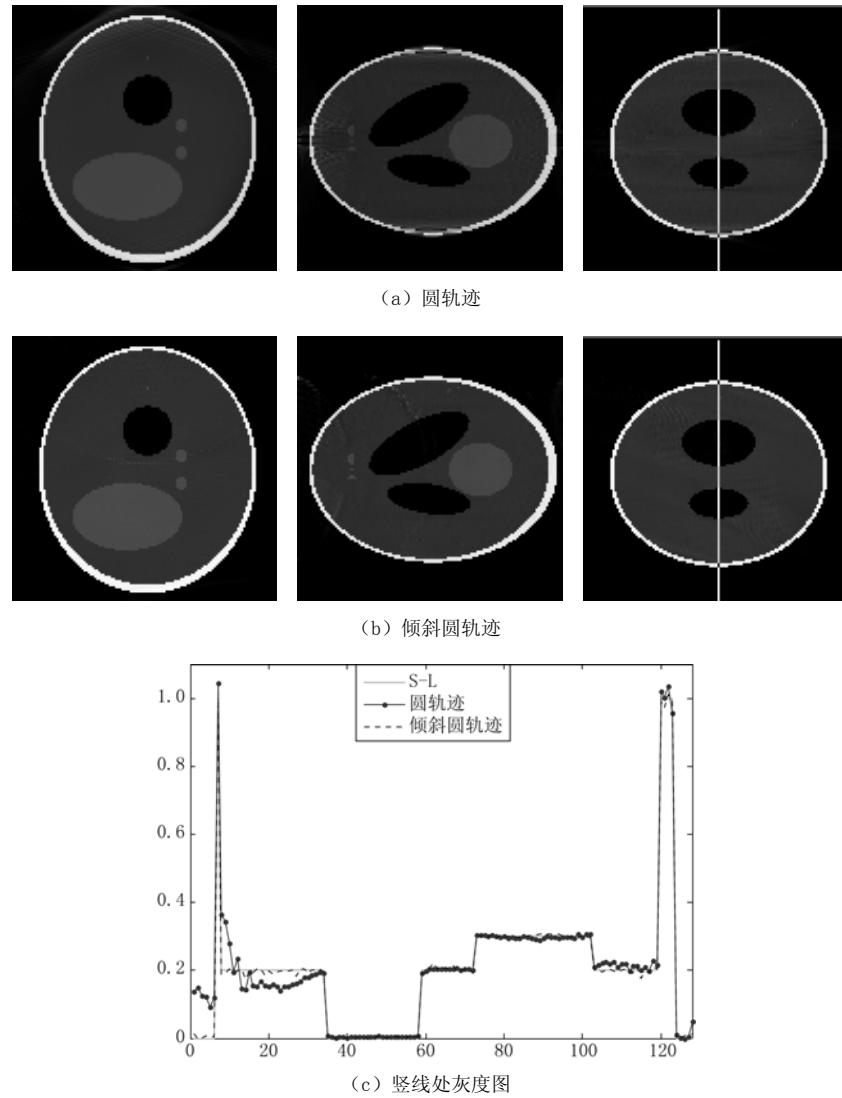


图 4 大锥角重建图

Fig. 4 Image reconstruction in large cone-beam angle

从图 4 (a) 和 (b) 中可以看出两种轨迹均能重建图像, 当锥角增大时, 圆轨迹扫描模式的 Radon 数据会产生缺失, 并且锥角越大, 数据缺失情况越严重<sup>[8]</sup>。因此, 锥角为  $30^\circ$  时, 圆轨迹投影数据的完备性降低, 重建的边缘信息模糊, 出现边缘退化现象。但是倾斜圆轨迹通过调整  $z$  方向的值, 有效地弥补了投影数据的缺失, 整幅图像边缘信息清晰, 对比度较高。从表 2 的归一化均方距离等参数可以看出, 改变轨迹有利于提升图像重建质量。因此在大锥角扫描模式下, 为了更好地重建图像, 我们可以通过改变扫描轨迹, 以弥补因

轨迹不完备造成的投影信息缺失，进而提升图像重建的质量。

### 3.3 厚度差异大工件检测

为了进一步分析证明改进轨迹有利于厚度差异大的工件检测，我们将上述模型换成一个大的椭圆和四个小椭圆的模型，其中大椭圆密度为 0.63，四个小圆密度为 -0.33，模型切片如图 4 (a)，结合本文的方法进行圆轨迹和倾斜圆轨迹重建，结果如图 5。

表 2 评价参数  
Table 2 Evaluation parameters

评价参数	圆	倾斜圆
归一化距离	0.086 046	0.043 163
平均误差	0.000 273	0.000 069
相关系数	0.993 112	0.998 527



图5 模型切片

Fig. 5 Model's slices

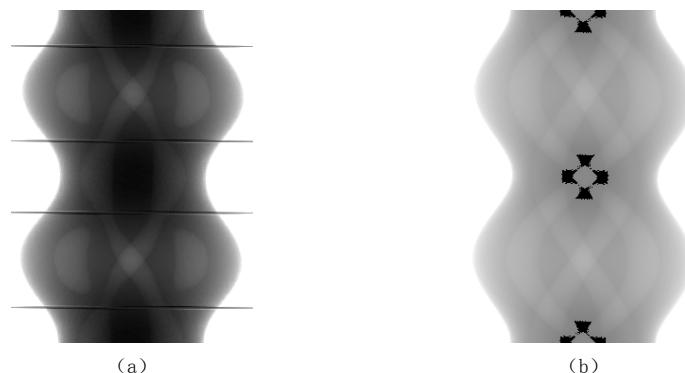


图6 360° 下取探测器的一行数据，(a) 倾斜圆，(b) 圆

Fig. 6 A row of detector data from 360°, (a) inclined circle, (b) circle scanning

对于厚度差异大的工件，在单能量成像模式下，因能量有限，在圆轨迹扫描模式下，使得射线能量与工件厚度不匹配，投影信息不完全（图 6 (b) 出现黑色区域），重建的图像内部信息模糊，基本重建不出内部的信息（图 7 (b) 基本不能重建出四个内部椭球），且重建图像的对比度偏低。

倾斜圆扫描模式，通过调整  $z$  方向，使得物体的厚度和能量相匹配，获得较完备的投影数据（图 6 (b) 黑色区域减小，不影响信息的获取），重建效果清晰（图 7 (a)），无失真现象。

因此，针对厚度差异大的工件，我们可以根据物体特征改变轨迹，保证投影数据的完备性及正确性，提高重建图像的质量。

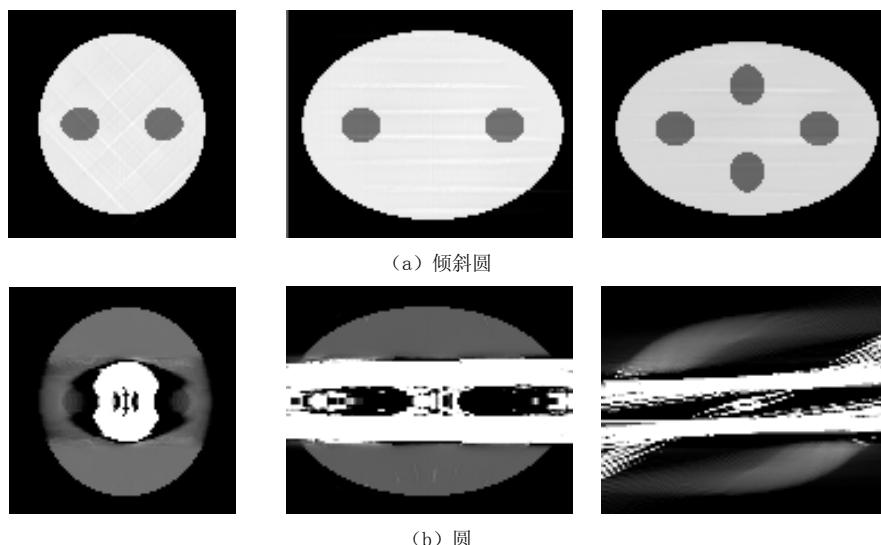


图7 重建切片图  
Fig. 7 The slices of reconstruction image

#### 4 结论

本文根据工业 CT 复杂结构件的检测需求, 针对检测对象自身结构、形状、组分等特征的限制, 从空间几何角度出发推导了任意轨迹的投影矩阵刻画; 同时依据迭代重建算法对扫描轨迹无约束, 利用 ART 实现了任意扫描轨迹重建。该成像方法已通过小锥角、大锥角、厚度差异大工件的仿真实验, 进行了验证。实验表明任意扫描轨迹的成像方法在大锥角以及透射物的 CT 成像方面, 相对于传统的圆轨迹扫描, 投影数据完备性更好, CT 重建质量更好。而且从厚度差异大工件的仿真实验来看, 任意扫描轨迹的 CT 成像方法对于解决密度分布不均匀等工件具有一定的借鉴意义。

#### 参考文献

- [1] Yu H, Zhao S, Ye Y, et al. Exact BPF and FBP algorithms for nonstandard saddle curves[J]. Medical Physics, 2005, 32(11): 3305–3312.
- [2] Ye YB, Yu HY, Wang G. Gel' fand-Graev's reconstruction formula in the 3D real space[J]. Medical Physics, 2011, 38(1): 69–75.
- [3] 吕杨, 赵俊. 基于螺旋马鞍线的锥形束 CT 精确滤波反投影重建方法: 中国, 200710173277.4[P]. 2007-12-27.
- [4] Katsevich A. Image reconstruction for the circle and line trajectory[J]. Physics in Medicine and Biology, 2004, 49(22): 2059–5072.
- [5] Zamyatin AA, Katsevich A, Chiang BS. Exact image reconstruction for circle and line trajectory with gantry tilt[J]. Physics in Medicine and Biology, 2008, 53(23): 423–435.
- [6] 刘春华. 三维投影矩阵的刻画及迭代重建的加速研究[D]. 太原: 中北大学, 2008.
- [7] 陈洪磊, 贺建峰, 刘俊卿. 基于二维检索的投影矩阵算法[J]. 计算机工程, 2013, 39(2): 229–232.  
Chen HL, He JF, Liu JQ. Projection matrix algorithm based on two-dimensional index[J].

- Computer Engineering, 2013, 39(2): 229–232.
- [8] 郑晗, 陈自宽, 康雁, 等. 一种Grangeat圆轨迹锥束CT重建阴影区域填充方法[J]. 软件学报, 2009, 20(5): 1166–1175.
- Zhen H, Chen ZK, Kang Y, et al. Shadow zone padding method for grangeat reconstruction of circular cone-beam CT[J]. Journal of Software, 2009, 20(5): 1166–1175.

## Research on CT Imaging Method Along a General Scanning Trajectory

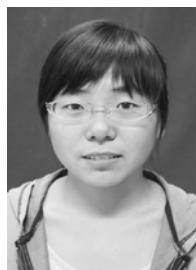
LIU Hua<sup>1</sup>, CHEN Ping<sup>1,2✉</sup>, PAN Jin-xiao<sup>1</sup>

1.Shanxi Key Laboratory of Signal Capturing & Processing, North University of China, Taiyuan 030051, China

2.Key Laboratory of Molecular Imaging, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

**Abstract:** In the application of industrial CT imaging, The X-ray energy mismatch to the effective thickness and traditional scanning is difficult to preserve the data integrity of projection due to the limit of complex-structure's shape, structure and so on. Therefore, changing the general scanning trajectory to make up for the deficiency of projection data, and then deriving the iterative reconstruction algorithm along a general scanning trajectory. First of all, in the base of general scanning trajectory, we combine the knowledge of analytic geometry with the projection to obtain the projection matrix. The second, the iterative reconstruction algorithm is no binding trajectory, so we study the iterative reconstruction algorithm along a general scanning trajectory. Finally, according to the numerical simulation of small cone-beam angle, lager cone-beam angle scanning and different thickness of structure testing to verify the correctness and feasibility of the algorithm. For the different thickness of structure, compared to the traditional circle scanning, this method is better for preserving the data integrity of projection and improving the quality of reconstructed image.

**Key words:** general scanning trajectory; iterative reconstruction; projection matrix



**作者简介:** 刘华 (1990—), 女, 中北大学信号与信息处理专业研究生, 主要从事图像处理、图像重建等方面的研究, Tel: 13593173319, E-mail: liuhua0310@126.com; 陈平✉ (1983—), 男, 副教授, 主要从事信号与信息处理, 图像处理, E-mail: pc0912@163.com。