

《CT 理论与应用研究（中英文）》版式说明

页面设置为：用 A4 纸，上空：3cm，下空：2.2cm，左空：2.4cm，右空：2.4cm。全文宋体五号，标准字间距。

复杂三维大地电磁的有限单元法正演模拟

张三四, 李四五✉, 赵六七

XX 大学 XXXXX 学院, 长沙 123456

摘要：复杂二维和三维大地电磁模型的正演数值模拟具有一定的挑战性。对于复杂的二维和三维大地电磁正演问题，我们采用有限单元法进行求解。有限单元法最后形成一个线性方程组，系数矩阵是大型稀疏的带状对称复系数矩阵，并且其条件数远大于 1，为严重病态矩阵，求解其对应方程组会遇到很多困难。不完全 LU 分解处理的 Bi-CGSTAB 迭代方法可用于该线性方程组的求解，并且具有速度快、精度高和稳定性好等优点；为了模拟无穷远边界及满足计算机的内存需求，在保证计算精度的情况下设计了非均匀网格剖分；在程序编制中，只存储有限元系数矩阵的非零元素，大大减少了正演计算的时间。通过对二维和三维模型电磁响应的计算，验证了算法的正确性。

关键词：大地电磁；有限单元法；正演模拟；Bi-CGSTAB 算法

中图分类号：P 631.3

文献标识码：A

Solution Strategies for Complex 2D/3D Magnetotelluric Forward Modeling Based on the Finite Element Method

ZHANG Sansi, LI Siwu✉, ZHAO liuqi

School of Info-physics and Geomatics Engineer, Central South University, Changsha 410083, China

Abstract: Two-dimensional (2D) or three-dimensional (3D) forward modeling is a challenge for geometrically complex magnetotelluric (MT) problems. To solve the complex 2D/3D MT forward problems, we apply the finite element method. The finite element method is used to form a linear equation, and the coefficient matrix is a large sparse, banded, symmetric, conditioned, complex matrix. Its condition number is far larger than 1, and it is an ill-conditioned matrix. Solving large scale ill-conditioned linear equation is very difficult. The Bi-CGSTAB algorithm with incomplete LU decomposition for preconditioning could be used to solve this system linear equation, with advantages of high speed, high precision and stability; In order to simulate the infinity border and meet the demand computer memory, the non-uniform grid is designed with ensuring the accuracy; In programming, we only store the

收稿日期：2016-06-08。

基金项目：国家自然科学基金（具体课题名称（NO. XXXX））。

第一作者简介：

✉通信作者简介：

题名：黑体小 2 号，居中排。

题名一般不超过 20 个字，必要时

时可加副题名

作者：仿宋体小 4 号，单倍行

距居中排。本文通信作者姓名

右上角加✉

工作单位：宋体 5 号，居中

排。

摘要和关键词：宋体小 5 号，

左右缩进 2 个字。注意区分黑

白体。

摘要字数一般在 300 字左右。

关键词：3-5 个

首页脚注标明资助基金的基

金类型、基金名称及批准号。

第 1 作者及通信作者简介。

可查阅中国图书馆图书分类

法

英文题目：Times New Roman

粗体小二号

英文作者：Times New Roman

小四号

英文单位：Times New Roman

五号

英文摘要及关键词：Times New

Roman 小五号

non-zero elements of the finite element matrix. By numerical simulation of 2D/3D MT responses, we verified the correctness of the magnetotelluric forward method.

Keywords: magnetotelluric; forward modeling; finite element method; Bi-CGSTAB algorithm

二维/三维地电模型的大地电磁响应计算必须依靠数值模拟方法,数值解通常通过微分或积分方程的逼近和线性方程的求解来得到^[1]。对于大地电磁测深的正演模拟,最常用的3种数值模拟方法有:积分方程法、有限差分法和有限元法^[2]。总的来说,3种数值模拟方法在大地电磁测深正演计算方面都有一定的优势和不足:有限差分法的优点是方法简便易算,其缺点是,有限单元法与前述方法相比,在大地电磁测深正演模拟方面有独到的优势^[3]。

1971年Coggon^[4]首先将有限单元法应用在电磁法正演模拟中,他从电磁场能量最小原理出发,实现了二维地电断面有限单元法正演计算,不过由于有限单元法网格缺乏通用性,计算精度和速度未能达到实用水平;1976年William等^[5]发展了有限单元法的剖分方法,采用矩形网格剖分,以解决二维大地电磁测深正演问题,使有限单元法向前发展了一步黄临平等^[6]提出有限单元法的三维大地电磁模拟;王若等^[7]用有限单元法正演模拟了三维CSAMT。

1 二维/三维大地电磁正演分析

由电磁场的Maxwell方程,角频率为 ω (时间因子为 $\exp(i\omega t)$)的电磁场的基本方程为:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H}, \quad (1)$$

这里, \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 分别为电场强度和磁场强度, σ 为电导率, μ 为磁导率。其中 AB 表示上边界, CD 表示下边界。对于有限单元法求解三维大地电磁正演问题,由广义变分原理建立泛函得:

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \int_V ((\nabla \times \mathbf{E}) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - k^2 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) dV。 \quad (2)$$

有限单元法最后形成的总体刚度矩阵 \mathbf{K} 是一大型稀疏、带状、对称复系数矩阵,并且其条件数远大于

2 正演计算策略

2.1 网格剖分分析

用有限单元法求解二维/三维大地电磁测深正演问题,首先要对研究区域进行剖分,节点与单元遍及整个研究区域。为了解决这一矛盾,我们将

正文: 宋体5号。行缩进2个字符,行距设置值为单倍。

引言部分: 对研究背景、内容、工作的意义,要有实质性的描述,对同行工作的介绍足够多。

一级标题: 黑体小4号,段前后各空0.6行。

正文: 宋体5号,首行缩进2个字符,行距设置值为单倍。

公式: 另起一行,居中排,公式序号右齐。公式插入最好用Mathtype公式编辑器插入,避免以图片的形式插入。

期刊刊登论文中的量名称、量符号及其单位采用国家标准。量符号和代表变动性数字的符号,以及坐标轴的符号均排斜体;量符号的下标,属“变动性的”用斜体,其他情况用正体。量符号在文中首次出现时,必须给出其量名称及单位。张量、向量、矩阵排黑斜体。单位名称及符号采用国际标准制,单位符号用正体。常用的数学符号(自然对数的底 e ,圆周率 π ,转置符 T ,微分符号 d 等)排正体。文中提及的数值,除有特殊要求以外,一般精确到小数点后3位。

二级标题: 黑体5号,段前后各空0.4行

整个区域划分为 2 个区域：目标区域和网格外延区域，如图 1 和图 2 所示，目标区域为地质体赋存区域，也是数据的采集区域，以均匀网格剖分，网格外延区域的网格步长按大于 1 的倍数递增，在保证计算精度的情况下，减少网格剖分数，节省计算时间。

2.2 系数矩阵存储

用有限单元法做数值模拟时，由小单元集成所有节点的总体系数矩阵是一个大型稀疏矩阵，包含了大量的零元素，网格节点越多，零元素也越多。这里，我们采用 matlab7.0 为编程语言，对系数矩阵采取稀疏存储方式，即只存储系数矩阵的非零元素。

2.3 方程组求解

大地电磁二维/三维有限元正演计算最终归结为求解大型稀疏、对称、病态的复系数线性方程组。关于这类方程的求解国内外有较多的研究，直接解法有 CS 法、奇异值分解、LDLT 分解和其改进方法等；迭代法有 G-S 法、Newton 法、共轭梯度 (CG) 法及其改进方法。这里，我们采用不完全 LU 分解预处理的 BICGSTAB 算法^[13]求解该线性方程组，该方法具有速度快、精度高和稳定性好等优点。

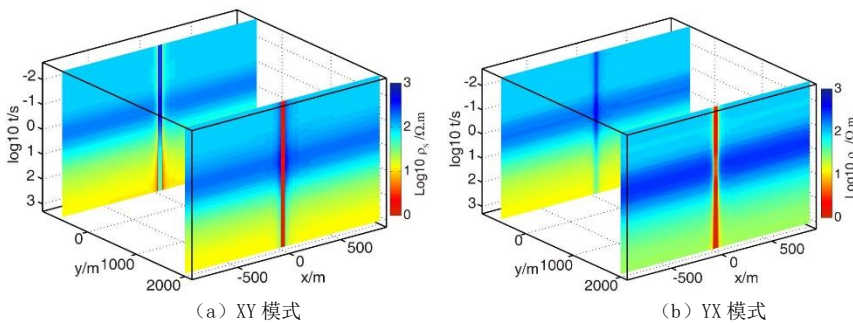
表 3 神经网络训练与预测值

Table 1 The analysis table of the sensitivity and specificity of DP diagnosis

号	极间距 d/mm	气压 p/Pa	吸收率 $\kappa/\%$		渗层厚度 $\delta/\mu\text{m}$		元素总质量分数 ν	
			试验值	预测值	试验值	预测值	试验值	预
	1	1	70.900	70.587	34.5	34.579	87.496	87
	2	2	61.200	60.871	36.5	36.380	89.796	89
	3	3	33.330	32.847	19.0	19.245	84.895	84
	4	4	44.650	44.401	21.0	20.871	77.579	77

注：*为检测样本值，试验编号 17 为正交优化工艺。

表题：宋体小 5 号，居中排。
表题需中英文对照。
表格一律采用三线表，表内文字：宋体 6 号。表内单位用 SI 制。
表注：宋体 6 号



注：图中切片的位置分别为 $y = -520\text{ m}$ 和 $y = 2000\text{ m}$ 。

图 7 模型 1 视电阻率响应 X 方向切片图

Fig.7 Cross-section of apparent resistivity for model 1 along X direction

图题：宋体小 5 号。
图中文字：宋体 6 号。
图注：宋体 6 号。

图片为矢量图，如 ai、ps、tif、emf、wmf、eps、chemdraw、origin 等。照片图常用格式为 jpg/png，分辨率不低于 300dpi。要求具有科学性，符合规范，清晰美观，最好能直接用于制版。每幅图片注明唯一图号和图题，图题中、英文对照，图号和图题在图的下方，图中的文字、符号、物理量及单位等须与正文一致。图中及纵横坐标的物理符号用斜体，单位用正体。图中的内容必须是文中涉及到的，文中未涉及到的内容请不要在图中示出；特别是用他人图时，应把与本文无关内容删掉，并引出文献或加注解。

插图尺寸：每行
2 个图：5*5cm 或 5*4cm；

3 个图: 4*4cm 或 4*3cm;

4 个图: 3.5cm*3.5cm

4 结论

(1) 只存储有限元系数矩阵的非零元素, 大大减少正演计算的内存需求; 并采用不完全 LU 分解预处理的 BICGSTAB 迭代法求解有限元方程组, 大大减少了正演时间, 为大地电磁测深的快速反演解释奠定基础。

(2) 反演计算是大地电磁资料解释的核心内容。在进行反演大地电磁资料时, 由于需要经过反复正演计算, 因此, 高效的正演算法能节省反演优化的时间。

参考文献

- [1] BUSH G W, SI Y C, ZHANG B H, et al. Abc is abc[J]. Rock Mechanics, 2003, 22(2): 117-122.
- [2] 陈联寿, 丁一汇. 西太平洋台风概论[M]. 北京: 科学出版社, 1979, 5-25.
CHEN L S, DING Y H. Introduction to Typhoon in the Western Pacific [M]. Beijing: Science Press, 1979, 5-25 (in Chinese).
- [3] DONDE P M. 机械振动学[M]. 张三, 译. 北京: 中国某出版社. 1986.
DONDE P M. Mechanical Vibration[M]. Translated by Zhang S. Beijing: Some Press. 1986. (in Chinese).
- [4] HANYK L, MATYSKA C, YUEN D A. Initial-value approach for viscoelastic responses of the earth's mantle[M]//Wu P. Dynamics of the Ice Age Earth: A Modern Perspective. Switzerland: Trans Tech Publication Ltd, 1998, 135-154.
- [5] 郎东江, 伦增珉, 王海涛, 等. 致密砂岩储层 CO₂ 驱油特征的核磁共振实验研究[J]. CT 理论与应用研究, 2016, 25(2): 141-147. DOI:10.15953/j.1004-4140.2015.24.02.10
LANG D J, LUN Z M, WANG H T, et al. Study of displacement characteristics of CO₂ in tight sandstone reservoir by nuclear magnetic resonance[J]. CT Theory and Applications, 2016, 25(2): 141-147. DOI:10.15953/j.1004-4140.2015.24.02.10. (in Chinese).
- [6] 刘东燕. 断续节理岩体的压剪断裂及其强度特性研究[D]. 重庆: 重庆建筑大学, 1993.
LIU D Y. Research on mixed mode fracture in rock and strength properties of rock mass with intermittent joints[D]. Chongqing: Chongqing Jianzhu University, 1993. (in Chinese).
- [7] 中华人民共和国行业标准编写组. JGJ 94—94 建筑桩基技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社. 1995.
The Professional Standards Compilation Group of People's Republic of China. JGJ 94—94 Technical code for building pile foundation[S]. Beijing: China Architecture and Building Press. 1995. (in Chinese).
- [8] WANG J, SOCQUET P. Article title[R]. SPIE 849499. 1996.
- [9] 许东俊, 史永胜, 张百发, 等. 论文集中的文章名[C]//张三, 李四, 王五, 等编(可选). 第6次什么会议论文集. 上海: 商务出版社, 1996, 259-264.
XU D J, SI Y H, ZHANG B F, et al. Article title[C]//Zhang S, Li S, Wang W, et al. Proceeding of the 6th What Conference. Shanghai: Business Press, 1996, 259-264 (in Chinese).
- [10] 张三. 爆炸力学在工程中的应用[R]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2000.
ZHANG S. Application of mechanism of explosion to engineering[R]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2000. (in Chinese).

参考文献: 黑体小4号, 左齐。

格式选用悬挂缩进2字符。

参考文献内容: 宋体小5号, 行距12磅。

文献采用顺序编码制。每条文献必须依次列出作者姓名, 文章题目, 刊名, 出版年, 卷(期): 起止页码. DOI:

三位以内(含三位)的作者名要写全, 三位以上者需列出前三位作者名, 其余作者用“等”(英文用“et al.”)

外文作者名一律姓在前名在后, 姓大写全称, 名缩写。

中文参考文献需中英文对照。无需翻译, 绝大多数文献都有英文对照, 没有英文对照的文献不需要提供英文对照。

英文文献来源需全称, 不能简称。

参考文献应如实引用。尽可能引用经典文献。在相同的条件下, 尽可能引用近期的文献。

顺序编码制文后参考文献表编排格式:

(1) 报告和学位论文: 主要责任者. 文献题目[文献类型标识]. 论文或报告单位所在地: 所在单位名称, 完成日期.

(2) 专著: 主要责任者. 文献题名[M]. 出版地: 出版者: 出版年: 起止页码(可选).

(3) 期刊文章: 主要责任者. 文献题名[J]. 刊名, 出版年, 卷(期): 起止页码(或代码).

(4) 专著、论文集中析出文献: 析出文献主要责任者. 析出文献题名[文献类型标识]// 原文献主要责任者(可选). 原文献题名出版地: 出版者, 出版年: 析出文献起止页码.

会议论文集和专著必须包含出版的城市、公司、年份, 如 Chicago: ALA, 1978, 只有在不知道的情况下可省略地名或公司中的一个, 并相应标明[S. l.]或[s. n.]; 会议文章如果未出版, 必须列出会议名称、主办地、会议时间.

(5) 国际, 国家标准: 主要责任者(任选). 标准编号, 标准名称[S]. 出版地(任选): 出版者(任选), 出版年(任选).

(6) 专利: 专利申请者或所有者. 专利题名: 专利国别, 专利编号[P]. 公告日期或公布日期.

(7) 电子文献: 主要责任者. 电子文献题名[电子文献类型标识/载体类型标识]. (发表或更改日期)[引用日期]. 电子文献出处或可获得地址.

注: 文献类型标志如下: 普通图书 M, 会议录 C, 汇编 G, 报纸 N, 期刊 J, 学位论文 D, 报告 R, 标准 S, 专利 P, 数据库 DB, 计算机程序 CP, 电子公告 [EB], 联机文献的简称 [OL]. 如是电子专著为 [M/OL], 如是电子期刊为 [J/OL], 等。